Z O B R A Z E N Í V R O V I N Ě

3.4 Do čtverce $ABCD$ vepište rovnostranný trojúhelník AYZ tak, aby $Y \in BC$, $Z \in CD$.

3.5 Je dána kružnice $k(S;r)$ a bod M vně kružnice k. Sestrojte všechny rovnostranné trojúhelníky, pro něž je k kružnice vepsaná a bod M leží na přímce obsahující jednu stranu trojúhelníku.

3.6 Sestrojte (bez použití úhloměru) rovnoramenný trojúhelník ABC (AB je základna), je-li $|AB| = 6\,\text{cm}$, $\gamma = 105^0$.

3.9 Je dán ostrý úhel XVY a jeho vnitřní bod C. Sestrojte trojúhelník ABC tak, aby jeho vrcholy A, B ležely po řadě na polopřímkách VX, VY a obvod trojúhelníku byl minimální.

3.11 Je dána přímka p a body A, B ležící v opačných polorovinách s hraniční přímkou p (AB není kolmá k p). Sestrojte na přímce p bod V tak, aby osa úhlu ABV ležela v přímce p.

3.12 Jsou dány tři různoběžné přímky p_1, p_2, p_3 procházející bodem P. Na přímce p_1 je dán bod $A \neq P$. Sestrojte trojúhelník ABC, jehož osy vnitřních úhlů leží na přímkách p_1, p_2, p_3.

3.13 Jsou dány přímky a, b, o ($a \parallel o$, $a \nparallel b$). Sestrojte všechny rovnostranné trojúhelníky ABC s vrcholem A na přímce a, vrcholem B na přímce b, jejich těžnice t_c je částí přímky o.

3.14 Kružnice $k_1(O_1;r_1)$, $k_2(O_2;r_2)$ leží v opačných polorovinách s hraniční přímkou p. Sestrojte kosočtverec $ABCD$ tak, aby jeho vrcholy A, C ležely po řadě na kružnicích k_1, k_2 a úhlopříčka BD ($|BD| = 5$ cm) na přímce p. Volte vzájemnou polohu kružnice k_1, k_2 a přímky p tak, aby úloha měla

a) 2 řešení, **b)** 1 řešení, **c)** 0 řešení, **d)** nekonečně mnoho řešení.

3.15 Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno

a) $c = 7\,\text{cm}$, $v_a = 6{,}5\,\text{cm}$, $a + b = 12{,}5$ cm; **b)** $c = 4\,\text{cm}$, $\alpha = 60^0$, $b - a = 1\,\text{cm}$.

3.16 Sestrojte

a) čtverec $ABCD$, je-li dáno $a + e = 10\,\text{cm}$,
b) obdélník $ABCD$, je-li dáno $e = 7$ cm, $a - b = 1$ cm;
c) lichoběžník $ABCD$ ($AB \parallel CD$), je-li dáno $b = 3$ cm; $c = 2{,}5\,\text{cm}$, $d = 2{,}6$ cm, $\alpha - \beta = 20^0$.

3.17 Sestrojte deltoid $ABCD$ (přímka AC je osou souměrnosti deltoidu), je-li dáno

a) $a = 5\,\text{cm}$, $e = 5{,}5$ cm, $f = 6$ cm; **b)** $e = 8\,\text{cm}$, $f = 6\,\text{cm}$, $\gamma = 120^0$.

3.18 Je dán trojúhelník ABC. Určete jeho obraz ve středové souměrnosti se středem S, je-li

a) $S = T$, **b)** $S = O$, **c)** $S = S_0$,

kde T je těžiště, O průsečík výšek, S_0 střed kružnice opsané trojúhelníku ABC.

3.23 Je dán trojúhelník ABC a jeho vnitřní bod M. Sestrojte všechny úsečky XY se středem M a s krajními body X, Y na hranici trojúhelníku.

3.24 Jsou dány dvě kružnice k_1, k_2, které se protínají ve dvou bodech Q a R.

a) Bodem Q veďte přímku, která vytíná na obou kružnicích tětivy stejné délky.
b) Sestrojte trojúhelník RST tak, aby $S \in k_1$, $T \in k_2$ a bod Q byl středem strany ST.

3.25 Je dána přímka p, kružnice $k(S;r)$ a body A_1, B_1 ($A_1 \neq B_1$, $A_1 \notin p$, $A_1 \notin k$, $B_1 \notin p$, $B_1 \notin k$). Sestrojte ΔABC tak, aby $A \in p$, $B \in k$ a body A_1 a B_1 byly po řadě středy stran BC a AC.

3.26 Jsou dány tři různé body M, N, S, které neleží v přímce. Sestrojte čtverec $ABCD$ se středem S tak, aby bod M ležel na přímce AB a bod N na přímce CD.

3.27 Jsou dány čtyři kružnice k_1, k_2, k_3, k_4 a bod S. Sestrojte rovnoběžník $ABCD$ se středem S, jehož vrcholy A, B, C, D leží po řadě na kružnicích k_1, k_2, k_3, k_4.

3.28 Je dána úsečka AA_1, ($|AA_1| = 5$ cm). Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, pro které je AA_1 těžnicí t_a a pro které platí

a) $c = 4$ cm, $b = 7$ cm; **b)** $\gamma = 45^0$, $\beta = 60^0$;
c) $b = 6$ cm, $\beta = 45^0$; **d)** $b = 6$ cm, $t_b = 6$ cm.

3.29 Zobrazte trojúhelník ABC v posunutí
a) $\mathscr{T}(AB)$, **b)** $\mathscr{T}(AA_1)$, kde A_1 je střed strany BC, **c)** $\mathscr{T}(AO)$, kde O je průsečík výšek.

3.30 Jsou dány kružnice $k_1(S_1; 3\,cm)$, $k_2(S_2; 2\,cm)$, $|S_1S_2| = 7$ cm. Sestrojte všechny úsečky XY, pro které platí: $X \in k_1$, $Y \in k_2$, $XY \parallel S_1S_2$, $|XY| = \frac{1}{2}|S_1S_2|$.

3.31 Je dána kružnice $k(S; r)$, přímky p, q ($p \nparallel q$) a na přímce q úsečka délky a. Určete na přímce p bod P a na kružnici k bod K tak, aby platilo $PK \parallel q$, $|PK| = a$.

3.32 Jsou dány dvě různoběžky a, b a úsečka MN. Sestrojte čtverec $ABCD$, pro který platí $A \in a$, $B \in b$, $AB \parallel MN$, $|AB| = |MN|$.

3.33 Jsou dány dvě různé rovnoběžky a, b, bod M ($M \notin a$, $M \notin b$) a úsečka délky d ($d > |ab|$). Veďte bodem M všechny přímky, které protínají přímky a, b v bodech A, B tak, že $|AB| = d$.

3.34 Je dána kružnice $k(S; r)$, její dvě tečny $t_1 \parallel t_2$ a úsečka délky a ($a > 2r$). Sestrojte všechny rovnostranné trojúhelníky ABC o délce strany a tak, aby $A \in t_1$, $B \in t_2$, $C \in k$.

3.35 Jsou dány dvě různé rovnoběžné přímky a, b a přímka c, která rovnoběžky protíná. Sestrojte kružnici, která se dotýká všech daných přímek. Úlohu řešte užitím posunutí.

3.36 Jsou dány dvě různoběžky a, b a úsečka délky r. Sestrojte všechny kružnice k se středem na přímce a, poloměrem r, které na přímce b vytínají tětivu délky r.

3.37 Jsou dány dvě různé rovnoběžky a, b a bod M uvnitř pásu (a,b). Sestrojte všechny úsečky AB kolmé k přímkám a, b s krajními body A, B na přímkách a, b, které z bodu M vidíme pod úhlem 60^0.

3.38 Je dána kružnice $k(S; r)$ a ve vnitřní oblasti kružnice k bod $A \neq S$. Sestrojte všechny rovnoběžníky $ABCD$, jejichž vrcholy B, C, D leží na kružnici k a strana AB má délku r.

3.39 Vyhledejte místo na řece šířky d, ve kterém by měl stát most ve směru kolmém na tok řeky tak, aby cesta z obce A do obce B, které leží na různých stranách řeky mimo její břehy, byla nejkratší.

3.40 Sestrojte rovnoběžník $ABCD$, je-li dáno $a = 5$ cm, $b = 3$ cm, $\varepsilon = 120^0$, kde $\varepsilon = |\prec ASB|$, S je průsečík úhlopříček.

3.41 Sestrojte lichoběžník $ABCD$ ($AB \parallel CD$), je-li dáno $a = 6{,}5$ cm, $b = 4$ cm, $c = 3$ cm, $d = 3$ cm.

3.42 Sestrojte čtyřúhelník $ABCD$, je-li dáno $a = 5$ cm, $c = 3{,}5$ cm, $e = 6$ cm, $f = 5{,}5$ cm, $\varepsilon = 120^0$, kde $\varepsilon = |\prec AEB|$, E je průsečík úhlopříček.

3.50 Do daného rovnoběžníku $KLMN$ vepište čtverec $ABCD$ tak, aby $A \in \leftrightarrow KL$, $B \in \leftrightarrow LM$, $C \in \leftrightarrow MN$, $D \in \leftrightarrow KN$.

3.51 Jsou dány dvě soustředné kružnice $k_1(S;4cm)$, $k_2(S;3cm)$ a bod A ($|SA| = 2$ cm). Sestrojte všechny

a) rovnostranné trojúhelníky ABC tak, aby $B \in k_1$, $C \in k_2$,

b) čtverce $ABCD$ tak, aby $B \in k_1$, $D \in k_2$.

3.52 Jsou dány tři různé rovnoběžky a, b, c a bod $C \in c$. Sestrojte všechny rovnostranné trojúhelníky ABC tak, aby $A \in a$, $B \in b$.

3.53 Je dán bod C, přímka p a kružnice $k(S;3cm)$; $|Sp| = 4$ cm, $|Cp| = 2$ cm, $|CS| = 5$ cm, a body C, S leží v téže polorovině s hraniční přímkou p. Sestrojte všechny pravoúhlé rovnoramenné trojúhelníky ABC ($|\prec C| = 90^0$) tak, aby $A \in p$, $B \in k$.

3.54 Jsou dány dvě nesoustředné kružnice $k_1(S_1;r_1)$, $k_2(S_2;r_2)$, $r_1 \neq r_2$, které se protínají v bodech C, Q. Sestrojte všechny rovnoramenné trojúhelníky ABC (AB je základna), pro které platí $A \in k_1$, $B \in k_2$, $|\prec ACB| = 120^0$.

3.55 Je dána kružnice $k(S;3cm)$ a bod A ($|SA| = 1{,}5$ cm). Sestrojte všechny tětivy XY kružnice k o délce 5,5 cm, které procházejí bodem A.

3.56 Je dána kružnice $k(S;r)$, bod B a úsečka délky d ($d < 2r$). Sestrojte tětivu XY kružnice k délky d tak, aby byla vidět z bodu B pod úhlem 60^0.

3.64 Je dán pravidelný osmiúhelník $ABCDEFGH$ se středem S. Určete zobrazení, v němž je obrazem trojúhelníku trojúhelník

a) AHF, **b)** HGE, **c)** EFH, **d)** BCE, **e)** GHB.

Vytvořte tato zobrazení složením osových souměrností.

3.69 Lichoběžník $ABCD$ ($AB \parallel CD$) zobrazte ve stejnolehlosti se středem v průsečíku úhlopříček a koeficientem **a)** $\frac{1}{2}$, **b)** $-\frac{1}{2}$.

3.71 Zvolte dvojici podobných trojúhelníků ABC, $A'B'C'$, které mají rovnoběžné odpovídající si strany, a sestrojte střed stejnolehlosti, ve které je obrazem trojúhelníku ABC trojúhelník $A'B'C'$. Uvažujte případy

a) $A = A'$,

b) AB a $A'B'$ leží v téže přímce,

c) jeden trojúhelník leží uvnitř druhého,

d) průnikem trojúhelníků je trojúhelník,

e) průnikem trojúhelníků je prázdná množina.

3.72 Bod O je středem úsečky AB. Určete středy a koeficienty stejnolehlostí, v nichž je úsečka AO obrazem úsečky AB.

3.74 Kružnici $k(O;2cm)$ zobrazte ve stejnolehlosti $H(S,\kappa)$

a) S leží vně k, $\kappa = \frac{3}{2}$;

b) $S \in k$, $\kappa = \sqrt{3}$,

c) S leží uvnitř k ($S \neq O$), $\kappa = -\frac{5}{4}$,

d) $S = O$, $\kappa = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

3.75 Jsou dány kružnice $k_1(O_1;\ 2{,}5cm)$, $k_2(O_2;\ 1{,}5cm)$. Určete středy a koeficienty stejnolehlosti, v nichž je obrazem kružnice k_1 kružnice k_2. Volte

a) $|O_1O_2| = 6$ cm, **b)** $|O_1O_2| = 4$ cm, **c)** $|O_1O_2| = 3$ cm,
d) $|O_1O_2| = 1$ cm, **e)** $|O_1O_2| = 0{,}5$ cm.

3.76 Ke kružnicím $k_1(O_1;\ 2{,}5\,cm)$, $k_2(O_2;\ 1{,}5\,cm)$ sestrojte společné tečny, jestliže platí

a) $|O_1O_2| = 6$ cm, **b)** $|O_1O_2| = 4$ cm, **c)** $|O_1O_2| = 3$ cm,
d) $|O_1O_2| = 1$ cm, **e)** $|O_1O_2| = 0{,}5$ cm.

3.78 Jsou dány kružnice $k_1(O_1;r_1)$, $k_2(O_2;r_2)$, $r_1 \neq r_2$. kružnici k_1 vepište trojúhelník ABC a sestrojte k němu stejnolehlý trojúhelník $A'B'C'$ tak, aby jeho vrcholy ležely na kružnici k_2.

3.79 Zvolte libovolný trojúhelník ABC, sestrojte jeho těžiště T a kružnici k trojúhelníku opsanou. Zobrazte kružnici k ve stejnolehlosti $H\left(T, -\frac{1}{2}\right)$. Kterými body trojúhelníku ABC kružnice k' prochází?

3.82 Řešte užitím stejnolehlosti:
Bodem M uvnitř konvexního úhlu AVB veďte přímku tak, aby její úsek mezi rameny úhlu byl bodem M dělen v poměru 2 : 3.

3.83 Je dán čtverec $ABCD$ ($|AB| = 5$ cm) a bod M uvnitř čtverce ($M \in BD$, $|MB| = 2$ cm). Sestrojte všechny úsečky XY, které mají krajní body X, Y na hranici čtverce tak, aby platilo $|MX| : |MY| = 4 : 3$.

3.85 Je dán konvexní úhel AVB a bod M, který leží uvnitř daného úhlu. Bodem M veďte přímku m, která protíná ramena VA, VB úhlu AVB po řadě v bodech X, Y a přitom platí: $|VX| : |VY| = 2 : 3$.

3.86 Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno

a) $a : c = 4 : 7$, $\beta = 45^0$, $t_c = 4{,}5$ cm; **b)** $a : b : c = 7 : 4 : 5$, $v_b = 4$ cm;
c) $\alpha = 45^0$, $\beta = 60^0$, $r = 5$ cm, kde r je pol. kruž. ops.; **d)** $b + c = 14$ cm, $\alpha = 75^0$, $\gamma = 45^0$.

3.87 Sestrojte kosočtverec $ABCD$, je-li dáno $e : f = 3 : 4$, $a = 5{,}5$ cm.

3.88 Sestrojte kosodélník $ABCD$, je-li dáno $a : b = 5 : 3$, $\alpha = 75^0$, $f = 6$ cm.

3.89 Do půlkruhu s průměrem AB vepište čtverec $XYUV$ tak, aby jeho strana XY ležela na průměru AB.

3.90 Do kružnice $k(S;4\,cm)$ vepište obdélník $ABCD$, pro který platí: $|AB| : |BC| = 3 : 4$.